

HIJERARHIJSKI PRISTUP U SIMBOLIČKOJ ANALIZI KOLA ZASNOVANOJ NA TOPOLOŠKOM DIJAGRAMU ODLUKE

Srđan Đorđević, *Elektronski fakultet Univerziteta u Nišu, srdjandj@elfak.ni.ac.yu*

Sadržaj - Rad predstavlja razmatranje hijerarhijskog pristupa u primeni metoda za generisanje faktorizovanog simboličkog izraza funkcije kola koji je razvijen od strane autora. Postupak se sastoji od generisanja topoloških dijagrama odluka (TDO) za delove kola dobijene dekompozicijom. Generisanje izraza funkcije kola iz analitičkih izraza pojedinih delova kola je jednostavno, brzo i predstavlja spajanje kola dobijenih iz TDO. Predloženi postupak otvara mogućnost paralelne obrade podataka, koja je značajna kada se ima u vidu potreba za povećanjem brzine rada i memorijskih resursa u simboličkoj analizi elektronskih kola.

1. UVOD

Za razliku od numeričke analize kola koja daje samo informacije kvantitativne prirode, simbolička analiza (SA) kola daje informacije o kvalitativnom doprinosu svakog parametara celokupnoj funkciji kola.

Uprkos prednostima SA, projektanti analognih kola relativno je malo koriste. Razlog je enorman porast broja sabiraka u simboličkom izrazu funkcije kola sa porastom kompleksnosti kola što ima za posledicu povećanje vremena analize i zauzeća memorijskih resursa. Postoje dva pristupa za prevazilaženje ovog problema:

- aproksimacija algebarskih izraza i
- generisanje izraza funkcije kola u faktorizovanom obliku.

Primene SA kod kojih je potreban tačan analitički izraz funkcije kola zahtevaju generisanje algebarskog izraza u faktorizovanom obliku. Zato je pogodno koristiti hijerarhijski pristup u analizi kola

Postupci hijerarhijske analize obuhvataju tri koraka:

- podelu kola,
- analizu terminalnih blokova,
- analizu srednjih blokova [1].

Podela kola se obavlja na takav način da elementi unutar bloka budu jako povezani dok veze sa spoljnim elementima treba da budu slabe. Analizom terminalnih blokova eliminišu se interne promenljive i dobija se model potkola u funkciji od ulaza i izlaza. Analiza srednjih blokova predstavlja postupak spajanja terminalnih blokova koji dele zajedničke terminalne čvorove.

Postoji nekoliko do sada publikovanih postupaka za SA sa hijerarhijskim pristupom zavisno od primenjenog metoda za analizu terminalnih i srednjih blokova: Coates dijagram toka [2], Masonov dijagram toka [3], redukcija matrice sistema jednačina (RMNA) [4], dijagram toka za određivanje determinante (DDD) [5, 6], metod zasnovan na primeni hibridnih parametara [7].

Jedan od zapaženih metoda SA zasniva se na grafičkoj interpretaciji simboličke determinante, Determinant Decision Diagram (DDD) [5, 6]. Njegova prednost u odnosu na ranije

postupke zasniva se na grafičkoj predstavi analitičkog izraza. Ovim pristupom omogućena je znatno jednostavnija obrada algebarskog izraza funkcije kola. Druga značajna prednost ove tehnike je efikasno korišćenje preklapanja koja postoje između pojedinih delova izraza u faktorizovanoj formi.

Metod simboličke analize koji je predmet ovoga rada zasniva se na grafičkoj predstavi algebarskog izraza funkcije kola koja je dobijena topološkom analizom kola. Zato je nazvana topološki dijagram odluke TDO (Topology Decision Diagram TDD) [8-10]. Postupak je predložen od strane autora rada. Analiza zasnovana na TDO rezultira tačnim izrazom za funkciju kola u faktorizovanom obliku.

Naredno poglavlje daje kratak opis metoda simboličke analize zasnovanog na TDO.

Četvrto poglavlje opisuje hijerarhijski pristup u analizi kola koja je zasnovana na generisanju TDO.

Primer koji ilustruje primenu opisanog postupka izložen je u petom odeljku.

2. METOD ZASNOVAN NA GENERISANJU TOPOLOŠKOG DIJAGRAMA ODLUKE

Linearno, vremenski nepromenljivo kolo sa koncentrisanim parametrima karakteriše funkcija kola prikazana izrazom (1):

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{\sum_i n_i (p_1, p_2, \dots, p_m) s^i}{\sum_k d_k (p_1, p_2, \dots, p_m) s^k} \quad (1)$$

$$n_i = \prod_j p_{i,j} \quad ; \quad d_k = \prod_l p_{k,l}$$

gde su: m ukupan broj parametara kola, p_i parametri kola, n_i koeficijenti brojioca, d_k koeficijenti imenioca funkcije kola.

Faktorizacijom polinoma brojioca i imenioca funkcije kola u odnosu na proizvoljni parametar kola p_k (doprinos elementa kola) polinom se deli na dva polinoma i može se izraziti na sledeći način:

$$H = \frac{N_{0p_k} + p_k \cdot N_{\infty p_k}}{D_{0p_k} + p_k \cdot D_{\infty p_k}} \quad (2)$$

Dodelom ekstremnih vrednosti parametru kola, a to su nula ili beskonačno, dobijaju se dve funkcije kola. Opis kola koji se dobija kada $p_k \rightarrow 0$ istovremeno definiše polinome N_0 i D_0 . Na isti način opis kola koji se dobija za $p_k \rightarrow \infty$ definiše polinome N_∞ i D_∞ koji bi se dobili faktorizacijom.

$$H_{0p_k} = \lim_{p_k \rightarrow 0} H = \frac{N(p_k = 0)}{D(p_k = 0)} = \frac{N_{0p_k}}{D_{0p_k}} \quad (3)$$

$$H_{\sigma p_k} = \lim_{p_k \rightarrow \infty} H = \frac{N(p_k \rightarrow \infty)}{D(p_k \rightarrow \infty)} = \frac{N_{\sigma p_k}}{D_{\sigma p_k}} = \frac{p_k \cdot \frac{dN}{dp_k}}{p_k \cdot \frac{dD}{dp_k}} \quad (4)$$

Početna funkcija kola izražena je preko parametra kola i dve funkcije od kojih je jedna dobijena ekstrakcijom a druga eliminacijom parametra kola. Oba postupka daju pojednostavljenu funkciju kola odnosno predstavljaju redukciju opisa kola. Funkcije kola koja se dobijaju ekstrakcijom i eliminacijom parametra nisu poznate, ali se mogu odrediti odgovarajuće topologije kola.

Dodeljivanjem nulte vrednosti elementu kola predstavlja eliminaciju simbola iz simboličkog izraza a sa stanovišta topologije kola redukciju grana jer se smanjuje broji grana u kolu. Sa druge strane, dodeljivanje beskonačne vrednosti parametru predstavlja njegovu ekstrakciju iz izraza, a sa stanovišta topologije kola predstavlja redukciju broja čvorova. Pri tome se, istovremeno, smanjuje admitansni red funkcije kola kao i broj promenljivih.

Tabela I prikazuje promene u opisu kola koje nastaju primenom dva postupka redukcije opisa kola nad elementima opisanim jednim pristupom kao i nad kontrolisanim generatorima. Elementi sa jednim pristupom (otopnosti, kapacitivnosti, induktivnosti) tretiraju se kao admitanse. Svi tipovi kontrolisanih generatori, prilikom ekstrakcije parametra, zamenjuju se parom singularnih elemenata i to nulatorom između kontrolisanog para čvorova i nulatorom između kontrolišućeg para čvorova. Nulator i nulator su singularni rezistivni elementi sa jednim pristupom. Nulator je dvopol kome nisu definisani ni struja ni napon, dok je nulator dvopol za koji su i struja i napon jednaki nuli.

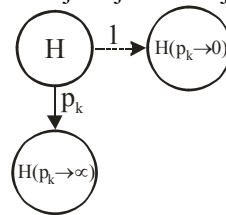
TABELA I

Tip	$p_k \rightarrow 0$	$p_k \rightarrow \infty$

Postupak redukcije kola obavlja se rekurzivno sve dok se ne postignu granični uslovi. Granični uslov za za imenilac nastaje kada se svi čvorovi spoje u jedan čvor. Granični slučaj za brojilac nastaje kada se spoje ulazni i izlazni port. Praktično skup parametara kola za koje važi da im se dodeljivanjem beskonačne vrednosti topologija kola svodi na jedan čvor predstavljaju činioce jednog od sabiraka u imeniocu funkcije kola.

Topološki dijagram odluke predstavlja grafičku interpretaciju simboličkog izraza brojioca ili imenioca funkcije kola. TDO se formira u toku postupka redukcije kola. Čvorovi dijagrama (ČD) okarakterisani su opisom kola i algebarskim izrazom. Granama dijagrama dodeljena je simbolička vrednost koja predstavlja doprinos elementa kola, a u opštem slučaju suma doprinosa elemenata kola, jer se paralelno vezani pasivni elementi kola tretiraju kao jedan element.

Rekurzivni postupak formiranja TDO sastoji se od formiranja dve nove topologije kola za kolo koje je pridruženo ČD, kao što je prikazano na slici 1. Novi opis kola dobijen ekstrakcijom elementa kola dodeljuje se novom ČD čiji je admitansni red umanjen za jedan, dok se kolo dobijeno eliminacijom dalje redukuje sve dok se ne dobije opis kola nad kojim samo ekstrakcija daje kolo koje ima fizički smisao.



Sl. 1. Redukcija topologije kola

Analički izraz funkcije kola može biti određen na dva načina: tokom formiranja TDO i nakon formiranja TDO. Jednostavniji i efikasniji način je generisanje simboličkih izraza u toku formiranja TDO, od vrha ka dnu stabla. Vrh stabla predstavlja opis kola čija se funkcija kola određuje, dok je simbolički sadržaj dodeljen ovom ČD jednak jedinici. Terminalni čvor predstavlja analitički izraz brojioca ili imenioca funkcije kola.

Obrada simboličkih izraza funkcije kola moguća je ukoliko analitički izrazi pridruženi ČD odgovaraju opisima kola kojima su okarakterisani. Formiranje izraza ČD u ovom slučaju obavlja se tek nakon formiranja celog TDO, polazeći od terminalnog čvora ka vrhu. Rekurzivni izraz po kojem se generiše funkcija kola je:

$$H_l^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_l} H_{j_l}^{(i-1)} p_{j_l}^{(i)} \quad (5)$$

gde su $p_{j_l}^{(i)}$ parametri kola $H_l^{(i)}$, k_l broj parametara po kojima se obavlja redukcija kola $i=1, \dots, n$. $l=1, \dots, m_i$.

Admitansni red svih sabiraka u brojiocu ili u imeniocu funkcije kola mora biti međusobno jednak. Broj činilaca odnosno parametara u svakom sabiraku funkcije kola u opštem slučaju je jednak ili veći od admitansnog reda, sobzirom da parametri mogu imati dimenzije impedanse, admitanse ili biti bezdimenzioni.

3. HIJERARHIJSKA ANALIZA KOLA ZASNOVANA NA TDO

Postupak se sastoji od tri koraka:

1. Podela kola
2. Formiranje TDO podmreža i određivanje analitičkih izraza terminalnih čvorova
3. Spajanje kola terminalnih čvorova TDO podmreža

Efikasnost postupka nameće tri kriterijuma za izbor elemenata po kojima se obavlja podela kola:

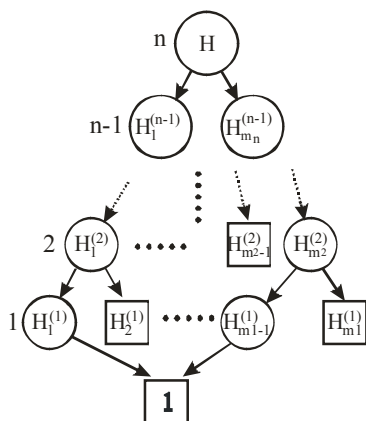
- minimalan broj priključaka podmreža dobijenih podelom
- balansirana podela, odnosno približno iste dimenzije potkola
- ne postoje zajednički elementi (kontrolisani generatori) između podmreža

Nakon izvršene podele kola formira se TDO za svaku od podmreža u kolu. Tokom postupka redukcije interni i eksterni čvorovi podmreže ne tretiraju se na isti način. Regularni opis kola podrazumva da je interni čvor povezan sa ostalim

čvorovima kola kao što je važno kod analize kola u celini, dok za eksterne čvorove to ne važi, jer oni mogu biti povezani granama u susjednoj podmreži. Postupak redukcije podmreže završen je kada ostanu samo idealni elementi (otvorena veza, kratak spoj, norator, nulator) između priključnih krajeva a u slučaju određivanja brojioca, pored ovih elemenata, treba predvideti i nezavisni generator. Za ova kola usvojili smo naziv kompletno redukovana kola.

TDO podmreže može sadržati veći broj terminalnih čvorova, pri čemu se vodi računa da ne dođe do preklapanja opisa kola između pojedinih terminalnih ČD. Svako od ovih kola predstavlja kompletno redukovanu podmrežu i može se okarakterisati položajem idealnih elemenata između priključaka mreže.

Prikaz izgleda TDO podmreže u opštem slučaju dat je na slici 2. Sa leve strane dat je admitansni red funkcije kola. Terminalni čvorovi su označeni kvadratima. Kao što se vidi iz terminalnih ČD ne polazi ni jedan poteg (grana). Ovi čvorovi dijagrama mogu imati različiti admitansni red.



Sl. 2. TDO podmreže

Analički izrazi pridruženi ČD određuju se u toku formiranja TDO primenom sledećeg rekursivnog postupka:

$$H_l^{(i-1)} = \sum_{j_l=1}^{k_l} H_{j_l}^{(i)} p_{j_l}^{(i)} \quad (6)$$

Gde su:

$p_{j_l}^{(i)}$ simbolički sadržaj grane dijagrama (doprinos elementa kola) usmerene ka ČD $H_l^{(i-1)}$;

k_l je broj grana usmerenih ka ČD $H_l^{(i-1)}$;

$H_{j_l}^{(i)}$ analitički izraz početnog ČD odgovarajuće grane sa istim indeksom.

Početni uslov je simbolički sadržaj prvog ČD koji istovremeno predstavlja opis podmreže:

$$H^{(n)} = H = 1 \quad (7)$$

Svaka od podmreža okarakterisana je većim brojem kompletno redukovanih kola. Sledeći korak postupka analize je uzajamno spajanje redukovanih kola podmreža sa ciljem da se generiše zajednički izraz funkcije kola koji opisuje ponašanje obe podmreže. S obzirom da TDO podmreža može imati veći broj terminalnih ČD, postoji veći broj kombinacija kojima se mogu međusobno spojiti odgovarajuća kola podmreža.

Spoj terminalnih ČD ne daje u svim slučajevima rešenje. Neophodan uslov je da spoj singularnih elemenata za zajednički pristup podmreža ima fizički smisao, odnosno da rezultira kratkim spojem. Tako dobijeni kratki spoj predstavlja interni čvor za ove podmreže. Praktično, to znači da ima smisla razmatrati samo paralelne veze praznog hoda i kratkog spoja kao i paralelne veze nulatora i noratora.

Da bi se generisala funkcija kompletno redukovano kola, potrebno je da spoj kompletno redukovanih podmreža bude takav da se svi zajednički čvorovi podmreža (ne treba ih mešati sa čvorovima dijagrama TDO) spoje sa referentnim priključkom kada se određuje imenilac ili da ostane samo nezavisni generator na jednom od pristupa, kada se određuje brojilac. Spojevi koji ne ispunjavaju ovaj uslov nisu od značaja jer ne doprinose formiranju konačnog izraza funkcije kola.

Simbolički izraz funkcije kola dobija se iz simboličkih izraza terminalnih čvorova TDO podmreža kao:

$$H = \sum_{i=1}^m \left(\prod_{j=1}^{np} H^{(j)} \right) \quad (8)$$

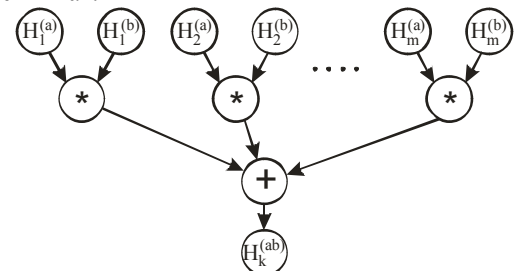
gde su:

- $H^{(j)}$ analitički izraz jednog od kompletno redukovanih kola j -te podmreže;
- m - broj kombinacija koji rezultira kompletno redukovanim kolom;
- np - broj podmreža.

Analički izraz funkcije kola dobija se iz analitičkih izraza kompletno redukovanih kola pojedinih podmreža. Usvojeno je da se redosled spajanja kompletno redukovanih kola pojedinih podmreža obavlja između podmreža koje dele zajednički pristup, odnosno spajanjem podmreža. Skup podmreža koje se spajaju određen je iskidanim čvorovima kola, odnosno zajedničkim pristupima između podmreža.

Spajanje podmreža se nastavlja po iskidanim čvorovima dok se ne obavi spajanje svih zajedničkih priključaka podmreža.

Može se očekivati da veći broj ČD jedne podmreže dobijene spajanjem više manjih podmreža ima međusobno identične topologije. Za njihov opis dovoljno je, nadalje, koristiti isti simbol. Da bi se optimizovala faktorizacija potrebno je odrediti ČD koji će imati istu topologiju nakon spajanja podmreža. Takve ČD karakteriše topologija čiji se opisi razlikuju samo za granu na zajedničkom pristupu. Sve ČD ovog tipa treba grupisati u potskupove. Ovim postupkom unapred su određene grupe kola koje će imati identičnu topologiju nakon spajanja za dati skup podmreža koje se spajaju i dati iskidani čvor. Tokom daljeg postupka spajanja redukovanih kola sva kola sa identičnom topologijom tretiraju se kao jedno kolo, odnosno dodeljen im je jedan analitički izraz.

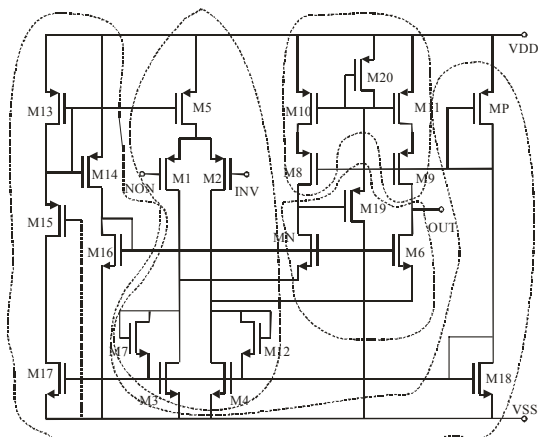


Sl. 3. Opšti oblik analitičkog izraza terminalnog kola dobijenog spajanjem terminalnih kola podmreža

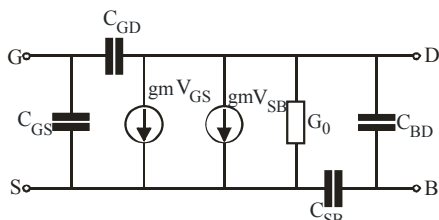
Oblik analitičkog izraza kola koja se dobija spajanjem terminalnih kola dve pod mreže u opštem slučaju prikazan je na slici 3. Oznaka $H^{(a)}$ predstavlja terminalna kola pod mreže sa indeksom a , dok su sa $H^{(b)}$ označena terminalna kola pod mreže b . Ova se međusobno razlikuju samo za granu na zajedničkom pristupu pod mreža.

4. PRIMER

Hijerarhijski pristup u simboličkoj analizi koja se zasniva na TDO verifikovan je na primeru kaskodnog operacionog pojačavača sa slike 4. Model korišćen za MOS tranzistore prikazan je na slici 5. Kolo ima ukupno 15 čvorova. Kolo je podeljeno na četiri potkola, koja su nezavisno analizirana i za koja su formirani TDO. Dobijeni faktorizovani analitički izraz funkcije kola sadrži 584 izraza, 685 sabiranja i 562 množenja.



Sl. 4. Kaskodni operacioni pojačavač



Sl. 5. Model tranzistora

5. ZAKLJUČAK

Generisanje TDO pod mreža dobijenih podelom kola kao i analitičkih izraza kojima su one opisane obavlja se bez razmene podataka sa susednim pod mrežama odnosno potpuno nezavisno.

Parametri kola ne figurišu u opisu terminalnih blokova a takođe ni u opisu srednjih blokova. Algebarski izraz funkcije kola je u formi linearne kombinacije simbola kojima su okarakterisana potkola.

Izloženi postupak je veoma pogodan za paralelnu obradu podataka pri čemu bi se distribuirale instrukcija i podaci pod mreža ili grupa pod mreža po procesorima ili po računarima kod multiprocesorskih sistema.

ZAHVALNOST

Rezultati prezentirani u ovom radu deo su projekta TR6108 čiju realizaciju finansira Ministarstvo za nauku i zaštitu životne sredine Republike Srbije.

LITERATURA

- [1] O. Guerra, E. Roca, F. V. Fernandez and A. Rodriguez-Vazquez, "A Hierarchical Approach for the Symbolic Analysis of Large Analog Integrated Circuits", Proceedings of the Design, Automation and Test in Europe Conference, 2000, pp. 48-52.
- [2] A. Konczykowska and J. Strzyk, "Computer analysis of large signal flowgraphs by hierarchical decomposition method," in Proc. European Conf. Circuit Theory Design, (Warsaw, Poland), 1980, pp. 408-413.
- [3] Marwan M. Hassoun, Kevin S. McCarville "Symbolic analysis of large-scale networks using a hierarchical signal flowgraph approach" J.Analog VLSI Signal Process., vol. 3, pp. 31-42, Jan. 1993.
- [4] Marwan M. Hassoun, Pen-Min Lin "A hierarchical network approach to symbolic analysis of large-scale networks" IEEE Trans.Circuits Syst., vol. 42, pp. 201-211, April 1995.
- [5] X.-D.Tan and C.-J.Shi, "Hierarchical symbolic analysis of analog integrated circuits via determinant decision diagrams," IEEE Trans.Computer-Aided Design, vol. 19, pp. 401-412, Apr. 2000.
- [6] X.-D. Sheldon Tan, C.-J. Richard Shi, "Balanced multi-level multi-way partitioning of analog integrated circuits for hierarchical symbolic analysis" INTEGRATION, the VLSI journal 34, 2003, pp. 65-86.
- [7] S. Đorđević, P. Petković, "A hierarchical approach to large circuit symbolic simulation", Microelectronics Reliability, vol.41, pp. 2041-2049, 2001.
- [8] S. Đorđević and P. M. Petković, "Generation of Factorized Symbolic Network Function by Circuit Topology Reduction", Proceedings of MIEL'04, Niš, 2004 pp. 773-776.
- [9] Đorđević, S., Petković, P., "Modifikovan metod za generisanje simboličke funkcije složenih elektronskih kola primenom topološkog dijagrama odluke", Proc. of the XLIX Conf. of ETRAN, ETRAN 2005, Vol. I, pp. 103-106, June 2005, Budva, in Serbian.
- [10] S. Đorđević and P. M. Petković, "Reordering in Topology Decision Diagram Method for Symbolic Circuit Analysis" Proceedings of MIEL'06, Niš, 2006.

Abstract – This paper considers hierarchical approach in symbolic circuit analysis that will result with circuit function in nested form. The method rely on Topology Decision Diagram (TDD) generation applied on subcircuit level. It gives straightforward, fast and efficient circuit function construction. Moreover, it opens opportunities for utilizing multiprocessor machines enhancing speed for complex circuit symbolic analysis.

HIERARCHICAL APPROACH IN SYMBOLIC ANALYSIS METHOD BASED ON TOPOLOGY DECISION DIAGRAM

Srđan Đorđević